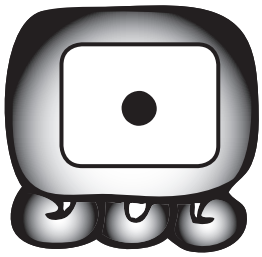
Proyecto de Aprendizaje

“Fortaleciendo Nuestra Identidad”

PRIMERA ETAPA

PRIMER GRADO CICLO BÁSICO

1 =



ÁREA
MATEMÁTICA

MATEMÁTICA					
Competencia	**Indicadores**	**Contenidos**	**Procedimientos** (Actividades de aprendizaje y de evaluación)	**Evaluación** Técnicas e Instrumentos	**Recursos**
2. Utiliza gráficos y símbolos en la representacion de información.	2.1. Construye proposiciones compuestas usando conectivos lógicos. 2.2. Representa, en el plano cartesiano, relaciones entre variables.	Proposiciones simples. Valor de verdad. Oraciones abiertas. Cuantificadores. Proposiciones compuestas Tablas de verdad. Definición de conjuntos y relaciones. Representación de conjuntos por comprensión, extensión y en forma gráfica. Tipos de conjuntos. Relaciones entre elementos (pertenencia) y conjuntos (contención). Simbología de conjuntos. Propiedades de las operaciones. Producto cartesiano. Dominio y contradominio.	**Investigación:** Los y las estudiantes en forma individual, realizarán una investigación de tipo bibliográfico, por medio de cuadros sinópticos, organigramas y demostraciones matemáticas, acerca de tres temas: a) Cómo pueden representarse situaciones reales por medio de proposiciones simples y compuestas, hacer uso de cuantificadores y tablas de verdad, para poder llegar a una conclusión. b) Formas de representar conjuntos, y su utilidad en la representación de información proveniente de la vida cotidiana, así como la representación de información en el producto cartesiano, estableciendo dominio y contradominio. c) Estrategias para resolver situaciones reales por medio del sistema de numeración maya. Los y las estudiantes valoran el sistema de numeración maya, el uso del lenguaje simbólico, de conjuntos y gráficas en el plano cartesiano para representar información y resolver problemas reales. **Organización:** Los y las estudiantes realizarán una puesta en común para enriquecer sus hallazgos, los cuales complementarán simultáneamente durante la actividad. Se auxiliarán con recortes, fotografías, ilustraciones, material concreto, entre otros). Se sugiere utilizar una lista de cotejo para evaluar la calidad de la investigación individual y la puesta en común. Los y las alumnos (as) formarán grupos, se le asignará un número y cada uno de ellos, seleccionará una noticia que provenga de su localidad, la resolverá con los conocimientos adquiridos y redactarán un boletín que publicará en la cartelera del establecimiento. Se sugiere que cada alumno (a) que visite la cartelera evalúe el trabajo expuesto en el boletín por medio de una escala de rangos.	Investigación bibliográfica. Puesta en común. Cuadro sinóptico. Organigrama. Demostración matemática. Boletín. Lista de cotejo. Escala de rangos.	Libros de texto. Pliegos de papel manila o papel periódico. Revistas. Periódicos. Recortes. Fotografías. Ilustraciones. Material concreto o de desecho.
5. Identifica estrategias variadas al resolver problemas matematizados cuyo resultado verifica.	5.1. Explica diferencias y similitudes entre diferentes sistemas numéricos. 5.2. Opera en el sistema de numeración maya.	Sistemas posicionales y no posicionales. Sistemas de numeración maya (fundamento filosófico) origen y significado de los símbolos, características principales de la numeración maya. Estrategias para la resolución de problemas.			

Proposiciones simples

Proposiciones

Las proposiciones son oraciones que usamos para afirmar algo, lo que afirmamos puede ser verdadero o falso.

Las oraciones que no afirman algo, no son proposiciones, como las exclamativas, las interrogativas y las oraciones con lenguaje poético, pues carecen de la capacidad de ser falsas o verdaderas.

Valores de verdad

Una proposición puede ser falsa o verdadera, pero no puede ser falsa y verdadera al mismo tiempo.



Señala con una (v) las oraciones que consideres verdaderas y con una (f) las que consideres falsas; las que no puedas señalar de falsas o verdaderas déjalas en blanco.

( ) El cielo de Guatemala es azul
( ) El Motagua es un lago de Guatemala
( ) La capital de Honduras es Tegucigalpa
( ) El Momotombo es un volcán de Honduras
( ) La Luna despide reflejos de plata
( ) ¿Cuánto dinero gano?
( ) ¡Qué horror!
( ) ¿Eres tú?
( ) El aroma de la rosa eleva mi alma
( ) La mula es un reptil

En el ejercicio anterior todas las que pudiste señalar de verdaderas o de falsas son proposiciones, las que no pudiste es que no son proposiciones.



El carácter de verdadero o falso de una proposición se llama: "valor de verdad". El valor de verdad (falso o verdadero lo representamos con las letras f o v.

Representación de proposiciones

Toda proposición puede ser sustituida o representada por letras, generalmente usamos: "p", "q", "r", "s", "t".

1.- Jorge es inteligente.
Se puede representar con "p"
2.- Amílcar es rubio.
Se puede representar con "r"
3.- Guatemala es país de Centro América.
Se puede representar con "s"
4.- El volcán Tacaná es el más alto de Guatemala.
Se puede representar con la "t"

Proposición compuesta o molecular

Las proposiciones pueden ser **simples**, también llamadas **atómicas**; y **compuestas**, también llamadas **moleculares**.

Proposición simple o atómica

Es la expresión oral o escrita que indica un solo hecho, indistintamente que sea verdadero o falso.

1.- El año tiene 12 meses.
2.- La lluvia es importante para la agricultura.
3.- Fumar es dañino para la salud.
4.- Diana es un nombre femenino.

Es la expresión oral o escrita que se forma con dos proposiciones simples o atómicas indistintamente que sean falsas o verdaderas.

1.- Petén es departamento de Guatemala y Sonsonate es departamento de El Salvador.
2.- Juan fue Apóstol y Jesús fue El Mesías.
3.- Dos es raíz cúbica de ocho, si y sólo si tres es el cubo de 20.
4.- Pedro es guatemalteco, si Pedro nació en Cobán.

Conectivos lógicos o proposicionales

Los conectivos lógicos son símblos o expresiones que se usan para unir proposiciones simples. Éstos son:

Conjunción (y)
Se representa con el símbolo ^. Se lee "y"
Disyunción inclusiva (o)
Se representa con el símbolo V. Se lee "o"
Disyunción exclusiva (o)
Se representa con el símbolo $\underline{V}$. Se lee "o"
Implicación (si... entonces)
Se representa con el símbolo ⇒. Se lee "si... entonces..."
Doble implicación o equivalencia (si y sólo si)
Se representa con el símbolo ⇔.
Se lee... "si y sólo si..."
Negación (NO)
La negación no constituye propiamente un conectivo lógico. Se representa con cualesquiera de los símbolos: -, ~,

El uso de las literales en lugar de las proposiciones se justifica cuando cada proposición se usa varias veces.

Sean las proposiciones siguientes:

q = José toca guitarra;
r = Juana lo escucha.

Al conectarlas resulta:

a) José toca guitarra y Juana lo escucha. **q** ∧ **r**
b) José toca guitarra o Juana lo escucha. **q** v **r**
c) Si José toca guitarra, entonces Juana lo escucha. **q** ⇒ **r**
d) José toca guitarra, si y sólo si, Juana lo escucha. **q** ⇔ **r**

Negación de proposiciones

Negar una proposición significa decir lo contrario de lo que se esté afirmando. Por lo tanto se cambia su valor de verdad. Es decir, si la proposición es verdadera, al negarla se vuelve falsa, o por el contrario, si es falsa, al negarla se vuelve verdadera.

El azúcar es dulce. Proposición verdadera.	**V**
El azúcar no es dulce. Se vuelve falsa.	**F**
No todo lo que brilla es oro.	**V**
Todo lo que brilla es oro.	**F**
Todo hombre es mortal.	**V**
Ningún hombre es mortal.	**F**

Tablas de verdad

Una forma ordenada de presentar las proposiciones compuestas y sus posibles valores de verdad, es a través de las tablas de verdad. Están formadas por las letras que representan las proposiciones, los conectivos proposicionales y los símbolos de verdad.

¿Cuántos valores de verdad son posibles?

La pregunta se refiere a los valores de verdad posibles, de acuerdo al número de proposiciones. Con 2^n, n es el número de proposiciones a operar.

Piensa en una proposición cualquiera. ¿Cuántos y cuáles valores son posibles? La respuesta es 2.

$$2^1 = 2$$

Solamente puede ser **V** o **F**.

Piensa ahora en **dos** proposiciones **p** y **q**. ¿Cuántos y cuáles valores son posibles? La respuesta es 4, porque $2^2 = 4$.

Ordenadamente.

p	**q**	
V	V	Ambas proposiciones son verdaderas.
V	F	La primera proposición es verdadera, la segunda es falsa.
F	V	La primera proposición es falsa, la segunda es verdadera.
F	F	Ambas proposiciones son falsas.

Un poco más complicado es pensar en 3 proposiciones p, q, r. ¿Cuántos y cuáles valores son posibles?

Estas tablas muestran la distribución de los valores de verdad para un determinado número de proposiciones cualesquiera.

p	**q**	**r**	Hablando de las proposiciones...
V	V	V	... las tres son verdaderas
V	V	F	... las dos primeras son verdaderas
V	F	V	... la primera y la tercera son verdaderas
V	F	F	... la primera es la única verdadera
F	V	V	... las dos últimas son verdaderas
F	V	F	... solamente la segunda es verdadera
F	F	V	... solamente la tercera es verdadera
F	F	F	... ninguna es verdadera

Operaciones lógicas

Los conectivos nos permiten unir proposiciones simples. Al hacerlo se dice que estamos operando en lógica simbólica. Las tablas de verdad permiten visualizar los valores de verdad correspondientes. Las operaciones básicas y sus correspondientes tablas de verdad se muestran y se explican a continuación.

Negación

Aunque ya se mencionó que no es un conectivo, la tabla nos ayudará más adelante a resolver proposiciones compuestas:

p	~p
V	F
F	V

Conjunción: "y" (∧)

Consiste en unir 2 proposiciones **p**, **q** con el conectivo "**y**". El conectivo se simboliza ∧. De manera que **p** ∧ **q** se lee "**p** y **q**". Así:

1.- **p**: El curso de Matemática se domina sabiendo la teoría.
q: El curso de Matemática se domina practicando.

p∧q: El curso de matemática se domina sabiendo la teoría y practicando.

2.- **p**: Juan sabe la teoría de Matemática.
q: Juan domina la práctica de Matemática.

El curso de Matemática se aprueba sabiendo **la teoría** (p) y **dominando la práctica** (q)

p = Juan sabe la teoría.
q = Juan domina la práctica.

Visualizando la tabla de verdad

p	∧	q	p ∧q
Sabe la teoría	y	Domina la práctica	Aprueba
V		V	V
Sabe la teoría	y	(No domina la práctica)	No aprueba
V		F	F
No sabe la teoría	y	Domina la práctica	No aprueba
F		V	F
No sabe la teoría	y	(No domina la práctica)	No aprueba
F		F	F

Esta proposición será verdadera si se sabe la teoría y domina la práctica:

Por lo tanto: sólo aprueba el que cumple con las dos proposiciones, saber la teoría y dominar la práctica.

En general, la tabla para esta operación es:

p	q	p^q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F



Conclusión: la conjunción solamente es verdadera cuando las dos proposiciones son verdaderas.

Disyunción inclusiva: "o"

Consiste en unir dos proposiciones **p**, **q** con el conectivo "o". El conectivo simboliza **V**. De manera que **p v q** se lee "**p o q**". Así:

El profesor o la profesora de Artes Plásticas dice: "El curso se aprueba haciendo un dibujo o pintando un cuadro".

p = Juan hace un dibujo.
q = Juan pinta un cuadro.

p	v	q	pvq
Hace un dibujo	o	Pinta un cuadro	Aprueba
V		V	V
Hace un dibujo	o	No pinta un cuadro	Aprueba
V		F	V
No hace un dibujo	o	Pinta un cuadro	Aprueba
F		V	V
No hace un dibujo	o	No pinta un cuadro	No aprueba
F		F	F

p	q	pvq
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F
Proposición simple	proposición simple	Proposición compuesta

Conclusión:

1.- La disyunción indica una cosa o la otra, hacer las dos no afecta, pero no hacer ninguna sí.

2.- Una proposición compuesta (con el conectivo "V") será verdadera cuando una de sus proposiciones simples sean verdaderas.

Disyunción exclusiva: "o"

Consiste en unir dos proposiciones **p**, **q** con el conectivo "**o**". El conectivo se simboliza **v**. De manera que **p v q** se lee "**o p o q**".

p: Juan García es una persona guatemalteca.
q: Juan García es una persona salvadoreña.
p v q: Juan García es una persona guatemalteca o Juan García es una persona salvadoreña.

La disyunción **inclusiva** tiene como sentido **una** o la **otra** o **ambas**. La disyunción **exclusiva** tiene como sentido **una** o la **otra**, pero **no ambas.**

Disyunción inclusiva: Estudio música o bachillerato: uno o lo otro o ambos.

Disyunción exclusiva: Voy de paseo o voy a la escuela: uno o lo otro, pero no ambos (no se puede ambos).

p	q	p $\underline{v}$ q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Conclusión: Una proposición compuesta de dos oraciones simples cuyo conectivo sea la disyunción exclusiva, será verdadera cuando una de ellas sea verdadera, en los demás casos la proposición será falsa.

Atendiendo a los conectivos empleados, indica con una x si la proposición compuesta es verdadera o falsa.

a) 3 + 5 = 8 y 8 - 3 = 5
V ☐ F ☐

b) 2 x 8 = 16 ó 16 ÷ 8 = 2
V ☐ F ☐

c) Manuel se baña o Manuel viaja en bus
V ☐ F ☐

d) 9 > 5 y 3 < 9
V ☐ F ☐

e) 3 < 90 ó 3 > 90
V ☐ F ☐

f) 2 ÷ 5 = 4 y 8 x 3 = 21
V ☐ F ☐

g) El Sol es una estrella y la Luna es un planeta.
V ☐ F ☐

h) 7 x 3 = 21 ó 14 - 3 = 7
V ☐ F ☐

i) 9 - 5 = 3 ó 6 x 3 = 18
V ☐ F ☐

j) 12 ÷ 6 = 5 y 12 - 7 = 8
V ☐ F ☐

k) La Luna no es de queso o el Sol no es de oro.
V ☐ F ☐

l) - 3 ÷ 4 = 7 y 7 < 5
V ☐ F ☐

m) 9 ÷ 3 = 3 y 3 x 3 = 9
V ☐ F ☐

Elaboro la tabla de verdad que se requiere para cada caso.

1.- (p ∧ q)

2. (p v q)

3. (p v q)

4. (p ∧ q) v p

5. (p ∧ q) ∧ q

6. (p v q) ∧ q

7. (p v q) v q

8. (p ∧ q) ∧ p

9. (p ∧ q) v q

10. (p v q) v p

Para entregar al tutor o tutora

Elabora una tabla de posibilidades para cuatro proposiciones. Usa la fórmula 2^n = donde "n" es el número de proposiciones.

Elabora una tabla de posibilidades para cinco proposiciones. Usa la fórmula 2^n = donde "n" es el número de proposiciones.

Condicional: " ⇒ "

Consiste en unir dos proposiciones **p**, **q** con el conectivo "Si ... entonces ..." El conectivo se simboliza ⇒. De manera que **p** ⇒ **q** se lee "Si **p** entonces **q**", es válido leer también p implica q. Esto es porque la operación condicional también recibe el nombre de implicación.

p: Enriqueta tiene sed.

q: Enriqueta bebe una limonada.

p ⇒ **q:** Si Enriqueta tiene sed, entonces Enriqueta bebe una limonada.

La tabla de valor correspondiente a la condicional resulta:

p	q	q	p ⇒ q
V	V	Si Enriqueta tiene sed, entonces Enriqueta bebe una limonada	V
V	F	Si Enriqueta tiene sed, entonces Enriqueta no bebe una limonada	F
F	V	Si Enriqueta no tiene sed, entonces Enriqueta bebe una limonada	V*
F	F	Si Enriqueta no tiene sed, entonces Enriqueta no bebe una limonada	V

* A lo mejor te cause duda este valor de verdad. La explicación a este valor es que al no ser verdadera la primera condición (tener sed), Enriqueta queda libre de beber una limonada, por ejemplo a la hora de su almuerzo. La expresión no dice que beberá limonada sólo si tiene sed, dice que si tiene sed beberá limonada.

Bicondicional: "⇔"

Consiste en unir dos proposiciones **p**, **q** con el conectivo "**si y sólo si**". El conectivo se simboliza ⇔. De manera que **p** ⇔ **q** se lee "p **si y sólo si q**". La operación bicondicional también recibe el nombre de doble implicación. **Doble implicación o equivalente si y sólo si** ⇔.

Julio es retalteco si y sólo si nació en Retalhuleu.

p = Julio es retalteco

q = Julio nació en Retalhuleu

p	⇔	q	p⇔q
Es retalteco	si y sólo si	Nació en Retalhuleu	
V		V	V
Es retalteco	si y sólo si	No nació en Retalhuleu	
V		F	V
No es retalteco	si y sólo si	Nació en Retalhuleu	
F		V	V
No es retalteco	si y sólo si	No nació en Retalhuleu	
F		F	F

p	q	p⇔q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F
Proposición simple	proposición simple	Proposición compuesta



Conclusión: Una proposición compuesta con el conectivo si y sólo si, será verdadera cuando las dos proposiciones sean verdaderas y cuando las dos sean falsas.



Atendiendo a los conectivos estudiados indica si los enunciados son verdaderos o son falsos.

a) $25 \div 5 = 4$ si y sólo si $30 \times 2 = 50$
V ☐ F ☐

b) $3 \times 5 = 15$ si y sólo si $80 \div 4 = 5$
V ☐ F ☐

c) $8 - 3 = 5$ si y sólo si $3 + 5 = 8$
V ☐ F ☐

d) $9 > 4$ entonces $5 < 10$
V ☐ F ☐

e) $a^3 = 8$ si y sólo si $a = 2$
V ☐ F ☐

f) $7 + 5 = 12$ ó $7 > 5$
V ☐ F ☐

g) $3 \times 6 = 18$ y $25 \div 5 = 5$
V ☐ F ☐

h) $9 + 3 = 12$ y $13 \times 2 = 26$
V ☐ F ☐

i) Si $9 \div 3 = 3$ entonces $4 \div 2 = 8$
V ☐ F ☐

Para trabajar

Elabora una conclusión para el conectivo ⇒ (si entonces)

p	q	p⇒q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Conclusión

Resuelve para

a) $(p \wedge q) \Rightarrow p$

b) $(p \vee q) \Leftrightarrow q$

c) $(p \wedge q) \Leftrightarrow p$

d) $(p \wedge q) \Leftrightarrow q$

e) $(p \vee q) \Rightarrow p$

f) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$

g) $(p \vee q) \Leftrightarrow p$

Valor de una tabla para una proposición compuesta

Tautología

Se le llama tautología al resultado final de una tabla en la cual todos los valores son verdaderos, por ejemplo:

p	q	(p∧q)	(p⇒q)	(p∧q) ⇒ (p⇒q)
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Contradicción

Se le llama así, al resultado final de una tabla de verdad en la cual todos los resultados finales son falsos. Un ejemplo sencillo es la negación de una tautología.

Resolver: (p ∧ q) ∧ (p ∧ ~ q)

p	q	(p ∧ q)	(p ∧ ~ q)	~[(p∧q)∧(p∧~q)]
V	V	V	V	F
V	F	F	F	F
F	V	F	F	F
F	F	F	F	F

Contingencia

Se le llama así, al resultado final de una tabla en la que existen valores verdaderos y falsos. Por ejemplo:

Cálculo de: (p v q) ⇔ - p

p	q	(p v q)	- p	(p v q) ⇔ – p
V	V	V	F	F
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	F

Propuesta para operar proposiciones compuestas

El conocimiento de las operaciones básicas te ayudará para operar en tablas de verdad las proposiciones compuestas. A continuación se da una guía para elaborar la tabla que establece el valor de una proposición compuesta.

Primero: leer la proposición compuesta.

Segundo: establecer el número de proposiciones simples y calcular el número de las posibilidades de valor.

Tercero: escribir las posibilidades de valor según el número de proposiciones simples.

Cuarto: completar la tabla colocando una columna por cada conectivo de la proposición compuesta.

Quinto: identificar cada columna de acuerdo al orden lógico de la proposición compuesta.

Sexto: aplicar las leyes de cada conectivo lógico.

Séptimo: verificar el resultado y establecer su valor: contingencia, tautología o contradicción.

Así: **Resolver** (p ∧ q) v (p)

Primero: leer la proposición compuesta (p∧q) o p

Segundo: establecer el número de proposiciones simples y calcular el número de las posibilidades de valor. Son dos proposiciones **p** y **q**, por lo tanto serán 4 posibilidades de valor. (2n = 22 = 4)

Tercero: escribir las posibilidades de valor según el número de proposiciones simples. Se elabora la tabla así:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Cuarto: completar la tabla colocando una columna por cada conectivo de la proposición compuesta:

p	q		
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Quinto: identificar cada columna de acuerdo al orden lógico de la proposición compuesta:

p	q	p ∧ q	(p∧q) v p
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Sexto: aplicar las leyes de cada conectivo lógico:

p	q	p ∧ q	(p∧q) v p
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	F	F

Séptimo: verificar el resultado y establecer su valor:

p	q	p ∧ q	(p∧q) v p
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	F	F

Resultado final contingencia

Resolver (p ∧ q) v (p v q)

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

p	q	(p ∧ q)	(p v q)	(p ∧ q) v (p v q)
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	F

Resultado final contingencia

Ejercicios resueltos para estudiar.



a) (p ∧ q) ⇒ (p v q)

p	q	(p ∧ q)	(p v q)	(p ∧ q) ⇒ (p v q)
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

b) (p ⇒ q) ∧ (p ⇔ q)

p	q	(p ∧ q)	(p v q)	(p ⇒ q) ∧ (p ⇔ q)
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

c) ~ {(p ∧ q) ⇒ (p ⇒ q)}

Una barra sobre toda una proposición compuesta niega todos sus criterios de verdad:

p	q	(p∧q)	(pvq)	(p∧q)⇒(p⇒q)	~{(p∧q)⇒(p⇒q)}
V	V	V	V	V	F
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	V	V	F

Para trabajar

Resuelve:

1) (p ∧ q) ∧ q

2) (p ∧ q) ∧ (p ∧ q)

3) $(p \wedge q) \vee p$

4) $(p \wedge q) \vee (p \wedge q)$

5) $(p \wedge q) \Rightarrow p$

6) $(p \vee q) \wedge (p \vee q)$

7) $(p \wedge q) \Rightarrow q$

8) $(p \wedge q) \wedge (p \wedge q)$

9) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$

10) $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow q)$

11) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$

12) $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (p \wedge q)$

13) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$

14) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

15) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$

16) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow p$

17) $(p \wedge q) \Rightarrow p$

18) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow q$

19) $(p \vee q) \Rightarrow q$

20) $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Leftrightarrow q)$

Cuantificadores lógicos

Los cuantificadores son signos que modifican a las proposiciones.

Los cuantificadores son de dos clases:

- **Existenciales o particulares:**

El cuantificador existencial $\exists_x$ (se lee existe) es verdadero cuando hay por lo menos un elemento del conjunto universo que cumple con la condición establecida.

Ejemplos:

1) $\exists_x$, x > 23, x ∈ N es verdadero porque en los números naturales desde 24 a + ∞ cumplen la condición de ser mayores que 23.

2) $\exists_x$, x < -5, x ∈ N es falso porque en los números naturales no hay números negativos por lo cual la condición no se cumple.

• Universales o absolutos:

Cuantificador universal
Dado un conjunto universo, el cuantificador universal (se lee para todo) es verdadero cuando todos los elementos del conjunto universo cumplen con la condición establecida.

Ejemplos:

Si el universo es los números naturales

1) $\forall_x$, x ≥ 1 es verdadero porque todos los elementos mayores o iguales a 1 son positivos por lo tanto son naturales.

2) $\forall_x$, x > 25, es falso porque no todos los números naturales son mayores que 25.

Si llamamos

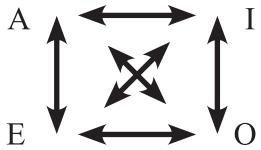
A a la universal afirmativa ∀ p; (todo hombre es mortal)

E a la universal negativa ∄ p; (ningún hombre es mortal)

I a la particular afirmativa ∃ p; (algún hombre es mortal)

O a la particular negativa ~∀; (no todos los hombres son mortales)

Podemos realizar el siguiente cuadro:



A con E son contrarias, es decir que ambas pueden ser falsas, pero ambas no pueden ser verdaderas.

I con O son equivalentes, es decir que ambas pueden ser verdaderas o ambas pueden ser falsas.

A con O y E con I son contradictorias, es decir que si una es verdadera la otra necesariamente debe ser falsa.

A con I y E con O son subalternas o subordinadas, es decir que si la A o la E son verdaderas, la I y la O también son verdaderas, pero si la I o la O son verdaderas, no significa que la A o la E sean verdaderas.

Si la I o la O son falsas, la A o la E también serán falsas.

Ejemplos:

1. Todos los perros tienen cola (verdadera), ningún perro tiene cola (falsa).
2. Algunos policías son honestos, (verdadera), no todos los policías son honestos (verdadera).
3. Todos los caballos son blancos (falsa), no todos los caballos son blancos (verdadera).
4. Ningún mamífero es pez (falsa), algunos mamíferos son peces (verdadero).
5. Ningún caballo vuela (verdadera), algunos caballos no vuelan (verdadera).
6. Todos los hombres son mortales (verdadera), algunos hombres son mortales (verdadera).
7. Algunas aves son verdes (verdadera), todas las aves son verdes (falsa).
8. No todos los perros muerden (verdadera), ningún perro muerde (falsa).

Conjuntos

Definición de conjuntos

Un conjunto es una colección de objetos que tienen alguna característica que comparten y que los hace pertenecer al mismo grupo.

Los objetos que pertenecen a un conjunto reciben el nombre de elementos del conjunto. Para facilitar la comprensión los conjuntos se designan con letras mayúsculas y los elementos del conjunto con letras minúsculas.

Ejemplo:

- El conjunto de letras vocales A = {a, e, i, o, u} está formado por cinco elementos.

- El conjunto de los días de la semana
  B = {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo} está formado por siete elementos.

Formas de presentar un conjunto

Forma enumerativa

Consiste en escribir la lista de todos los elementos que pertenecen al conjunto.

A = {a, e, i, o, u}
B = {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo}
A = {1, 2, 3, 4, 5}

Forma comprensiva

Consiste en señalar la característica o características comunes a los elementos que pertenecen al conjunto definido.

Comprensiva:
B = { x/x ER, 1 < 5 < 5 }

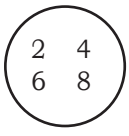
Ejemplo:
• Todos los alumnos inscritos en primero básico; está señalando el conjunto de personas que están en el listado de primero básico.
• El conjunto de días de la semana, está señalando el conjunto de elementos que conforman el intervalo de tiempo llamado semana.

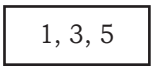
Forma gráfica

En esta forma los conjuntos se representan usando diagramas de Venn.

Ejemplos:







División de conjuntos

Los conjuntos por el número de sus elementos se dividen en dos grandes grupos: conjuntos finitos y conjuntos infinitos.

Conjuntos finitos

Son todos los conjuntos cuyos elementos pueden ser contados o medidos, es decir que podemos establecer su valor a través de un número.

Ejemplo:

- Conjunto de presidentes de Guatemala.
- Conjunto de países del planeta Tierra.
- Conjunto de habitantes de la Tierra.
- Conjunto de planetas de nuestro sistema solar.
- Conjunto de cantantes latinos.

Todos estos conjuntos, algunos de ellos muy grandes, son finitos porque podemos representarlos por medio de un número que determina la totalidad de los elementos que contiene.

Conjuntos infinitos

Son todos los conjuntos cuyos elementos no pueden ser contados o medidos, es decir, no existe un número que abarque la totalidad de sus elementos.

Ejemplo:

- Todos los conjuntos numéricos, exceptuando el conjunto de números dígitos.
- Conjunto de números naturales, números primos, números pares, números múltiplos de 5, múltiplos de 18, etc.

Dentro de los conjuntos finitos, por sus características propias hay varios conjuntos especiales:

a) Conjunto vacío b) Conjunto unitario

c) Conjunto binario d) Conjunto ternario, etc.

Conjunto vacío

Es el conjunto que carece de elementos.

El conjunto vacío tiene su propio símbolo y es ∅ un cero cruzado por una recta oblicua.

Ejemplo:

1) El conjunto de números impares que sean divisibles entre 2.
2) A = ∅

Conjunto unitario

Es el conjunto que únicamente tiene un elemento.
A = {5}

Relación de pertenencia

Un elemento pertenece a un conjunto cuando ese elemento forma parte de dicho conjunto.

Ejemplo:

$M = \{ 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,\}$

El conjunto M es el conjunto de números dígitos, los números 3,5,7,9 pertenecen al conjunto, pues están dentro de él, los números 18; 124; 135; 2426, no pertenecen al conjunto M, pues no son dígitos.

La forma de expresar simbólicamente esta relación es la siguiente: $3 \in M$; $5 \in M$; $7 \in M$; $9 \in M$
y cuando no hay relación de pertenencia se niega el símbolo: $18 \notin M$; $124 \notin M$; $135 \notin M$; $2426 \notin M$;

Igualda de conjuntos

Dos conjuntos son iguales si tienen exactamente los mismos elementos.

Ejemplo: $A= \{3,4,5,6,7\}$; $B= \{7,5,3,4,6\}$ $A = B$

La relación igualdad de conjuntos es una relación de equivalencia porque tiene las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva.

Reflexiva: Todo conjunto es igual a sí mismo. $A = A$

Simétrica: Si un conjunto es igual a un segundo conjunto entonces el segundo conjunto debe ser igual al primero.
$A = B \Rightarrow B = A$.

Transitiva: Si un conjunto es igual a un segundo conjunto, y éste a su vez es igual a un tercer conjunto, entonces el primer conjunto debe ser igual al tercero. $A = B \wedge B = C \Rightarrow A = C$

Congruencia entre conjuntos: Dos conjuntos son congruentes o coordinables si tienen el mismo número de elementos.

A = {a, e, i, o, u }; B = {pulgar, índice, medio, anular, meñique} $\Rightarrow A \equiv B$

La congruencia o coordinabilidad es una relación de equivalencia porque tiene las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva.

Reflexiva: Todo conjunto tiene el mismo número de elementos que él mismo. $A \equiv A$

Simétrica: Si el conjunto A tiene el mismo número de elementos que el conjunto B entonces el conjunto B tendrá el mismo número de elementos que el conjunto A:
$A \equiv B \Rightarrow B \equiv A$

Transitiva: Si el conjunto A tiene el mismo número de elementos que el conjunto B y el conjunto B tiene el mismo número de elementos que el conjunto C, entonces el conjunto A tendrá el mismo número de elementos que el conjunto C:
$A \equiv B \wedge B \equiv C \Rightarrow A \equiv C$

Relación de contención entre conjuntos

Hemos visto la relación pertenencia que se realiza entre un conjunto y sus elementos, dijimos que los elementos pertenecían al conjunto si estaban dentro de él y no pertenecían al conjunto si estaban fuera de él.

La relación de contención entre conjuntos sucede cuando un conjunto se encuentra totalmente dentro de otro conjunto, esta relación es una relación de orden porque tiene las propiedades reflexiva, antisimétrica y transitiva.

A un conjunto contenido en otro se le llama subconjunto. El número de subconjuntos de un conjunto está señalado por la fórmula $2n$, dos elevado a un exponente igual al número de elementos que tenga el conjunto.

Así un conjunto de 5 elementos tendrá $2^5 = 32$ subconjuntos.

Reflexiva: todo conjunto está contenido en sí mismo.

$$A \subset A$$

Antisimétrica: si el conjunto A está contenido en el conjunto B y a su vez el conjunto B está contenido en el conjunto A, se debe a que el conjunto A es igual al conjunto B.

$$A \subset B \wedge B \subset A \Rightarrow A = B$$

Transitiva: si el conjunto A está contenido en el conjunto B y el conjunto B está contenido en el conjunto C, entonces el conjunto A estará contenido en el conjunto C.

$$A \subset B \wedge B \subset C \Rightarrow A \subset C$$

Contención: Cuando un conjunto está dentro de otro conjunto, decimos que el primero es subconjunto del segundo $A= \{0,1,2,3,4,5\}$; $B= \{0,2,4\}$ $B \subset A$

se lee, el conjunto B está contenido en el conjunto A.

Todo conjunto tiene 2^n subconjuntos siendo "n" el número de elementos que tiene el conjunto; recordemos que el conjunto vacío es subconjunto de todo conjunto y que todo conjunto es subconjunto de sí mismo.

Cualquier par de conjuntos se encuentran entre sí en una de estas tres situaciones:

Contenidos: es decir, uno totalmente dentro del otro.

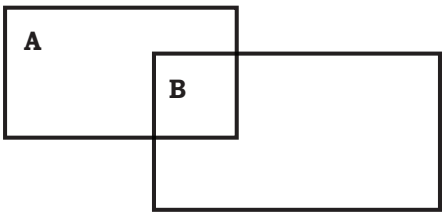
Relacionados: es decir que ambos conjuntos comparten algunos de sus elementos.

Ajenos o disjuntos: cuando los conjuntos no tienen nada en común.

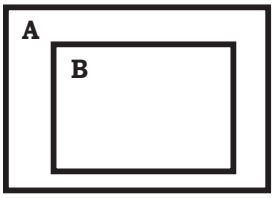
A través del sistema gráfico llamado diagramas de Venn, los casos anteriores se verían de la siguiente manera.

Diagramas de Venn

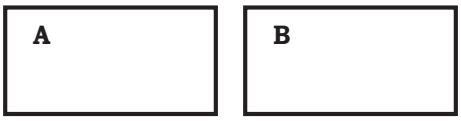
Relacionados



Contenidos



Ajenos o disjuntos



Ejemplo de conjuntos Contenidos:
A = {0, 1, 2, 3, 4, 5}; B = {0, 2, 4}
Ejemplo de conjuntos Relacionados:
C = {0, 1, 2, 3, 4}; D = {2, 3, 4, 5, 6}
Ejemplo de conjuntos Ajenos o Disjuntos:
E = {0, 2, 4, 6, 8} F = {1, 3, 5, 7, 9}

Operaciones entre conjuntos

Consiste en tomar dos conjuntos para obtener otro conjunto.

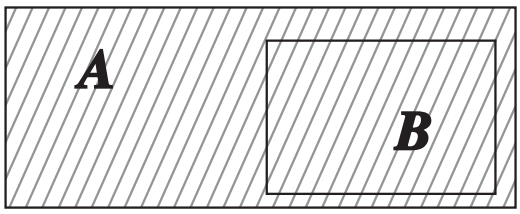
Las operaciones entre conjuntos son: la unión, la intersección, la diferencia, la diferencia simétrica, la complementación y el producto cartesiano.

Unión entre conjuntos

Dos conjuntos unen sus elementos para obtener un tercer conjunto, su símbolo es (∪), se toman todos los elementos sin repetir los elementos iguales.

Ejemplo:
En forma simbólica tenemos:

Se lee así: la unión de los conjuntos A y B es el conjunto formado por todos los elementos que se encuentren en el conjunto A o se hallen en el conjunto B pero sin repetir sus elementos. En diagramas de Venn tendremos, los tres casos de posición de dos conjuntos. 1. Contenidos:

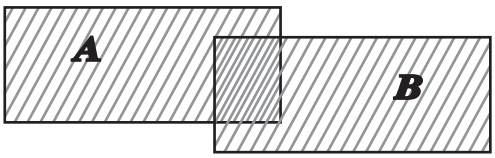


$B \subset A \Rightarrow A \cup B = A$

A= {0, 1, 2, 3, 4, 5},
B = {0, 2, 4} ⇒ A ∪ B = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

Es decir que la unión de dos conjuntos que están uno contenido en el otro tiene como respuesta el mayor de los dos.

2. Relacionados: Son conjuntos que comparten uno o más elementos.



A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, B = {6, 7, 8};
A ∪ B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}; 3, 9, 5

La unión de dos conjuntos que están relacionados, es la totalidad de elementos que pertenecen al conjunto A y la totalidad de elementos que pertenecen

al conjunto B, pero poniendo una sola vez los elementos compartidos.

El conjunto A tiene 6 elementos y el conjunto B tiene 6 elementos, pero de los 6 elementos , tres elementos están compartidos y son: 3,4, y 5, estos tres elementos aparecieron en la unión, pero sólo una vez, por lo tanto, la unión no tendrá 12 elementos sino que sólo 9 elementos.

3. La unión de conjuntos disjuntos o ajenos: es la suma de todos los elementos que están en el primer conjunto y todos los elementos que están en el segundo conjunto.
Ejemplo:

A = {0, 1, 2, 3, 4 } B = {5, 6, 7, 8}
A ∪ B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

Propiedades de la unión de conjuntos:

1. Propiedad de Cerradura: A ∪ B = C, la unión de dos conjuntos, es otro conjunto.
2. Propiedad de Idempotencia: A ∪ A = A , se lee: la unión del conjunto A con el mismo conjunto A, es él mismo.
3. Propiedad Conmutativa: A ∪ B = B ∪ A, se lee: la unión del conjunto A con el conjunto B, es igual a la unión del conjunto B con el conjunto A, es decir que no importa qué conjunto se tome primero.
4. Propiedad Asociativa: (A ∪ B) ∪ C = A ∪ (B ∪ C), se lee: la unión del conjunto B con el conjunto C y luego con el conjunto A, es igual a la unión del conjunto A con el conjunto B y luego con el conjunto C, significa que no importa en qué orden se realice la operación, el resultado es el mismo.
5. El elemento Neutro de la unión de conjuntos: A ∪ ∅ = A; es el conjunto (Vacío) significa que la unión del conjunto Vacío con cualquier otro conjunto no altera en nada a este conjunto.
6. Propiedad Distributiva de la unión en la intersección de conjuntos:
   A ∪ (B ∩ C) = (A ∪ B) ∩ (A ∪ C)
   La unión puede introducirse en la intersección, sin alterar el resultado final.

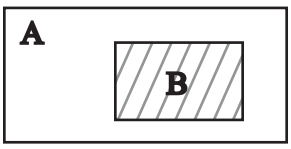
Intersección de conjuntos

La intersección es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a ambos conjuntos al mismo tiempo.

En forma simbólica la representamos así: A ∩ B = {x/x ∈A^∈B} se lee la intersección del conjunto A con el conjunto B es el conjunto de todos los elementos que están en los dos conjuntos al mismo tiempo.

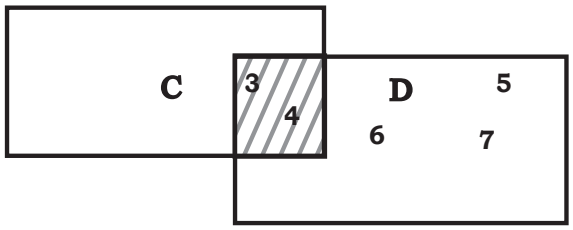
A = {0,1,2,3,4,5}; B = {3,4,5,6,7} A ∩ B = {3, 4, 5}

1. En conjuntos Contenidos tenemos A={a,b,c,d,e }; B = {b,c,d} A ∩ B = {b,c,d} el conjunto contenido es la solución de la intersección.

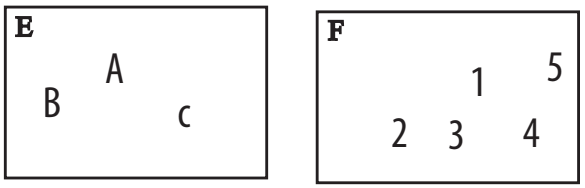


2. En conjuntos Relacionados tenemos:
C = { 0, 1, 2, 3, 4}; D = { 3, 4, 5, 6, 7}

C D = { 3, 4 } los elementos que comparten los dos conjuntos son la solución de la operación intersección.



3. En conjuntos Ajenos o Disjuntos tenemos:
E = { a, b, c, d }; F = { 1, 2, 3, 4, 5 }



La intersección no existe, porque los conjuntos no comparten ningún elemento, matemáticamente podemos expresar:

A ∩ F = ∅ es decir que la intersección es el conjunto Vacío.

Diferencia de conjuntos:

Es el conjunto formado por todos los elementos que estén en el conjunto minuendo, y no estén en el conjunto sustraendo.

En forma simbólica la representamos así: A - B = {x/x ∈ A ^ x ∉ B }, se lee la diferencia del conjunto A y el conjunto B es igual al conjunto de todos los

elementos que pertenecen al conjunto A y no pertenecen al conjunto B.

Propiedades de la diferencia de conjuntos:

La única propiedad es la CERRADURA A – B = C la diferencia de dos conjuntos es otro conjunto.

1. A – A = ∅ no hay idempotencia

2. A – B ≠ B – A no es conmutativa

3. A – (B – C) ≠ (A – B) – C , no es asociativa

4. No hay elemento neutro

5. No es distributiva.

Ejemplos: A = {a,b,c,d}; B = {e,d,e,f};
C = {a,b,c}; D = {e, f, g, h}

* Contenidos: A – C = {d} C – A = ∅
* Relacionados: A – B = {a, b}; B – A = {e, f}
* Disjuntos: A–D = {a,b,c,d} = A; D–A = {e,f,g,h} = D

Conjunto universal

Recordemos el conjunto universo o conjunto referencial, dijimos que el conjunto universo o conjunto referencial es el conjunto que tiene una extensión mínima, igual a la unión de todos los conjuntos con los que estamos trabajando, en diagramas de Venn, se representa por un cuadrilátero rectángulo.

El complemento de un conjunto, es el conjunto de elementos que le faltan al conjunto para ser igual al conjunto universo o referencial (U).

Simbólicamente se representa así: Ac = U - A = {x/x ∈ U^x ∉A} Ejemplo:

Dados los conjuntos:
A = {a,b,c,d};

B = {c,d,e,f};

C = {e,f,g,h}; el conjunto Universo mínimo será :

U = {a,b,c,d,e,f,g,h}; pero puede ser mayor que esto.

El conjunto complemento del conjunto A es el conjunto {e,f,g,h}.

Diferencia simétrica entre cojuntos

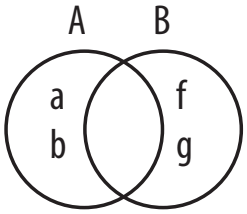
Es una operación compuesta, es decir que consta de varias operaciones al mismo tiempo, la podemos expresar de las siguientes maneras: A∆B = (A-B)∪(B-A) o bien A ∆ B = (A∪B) - (A∩B) es decir, la diferencia simétrica entre dos conjuntos es la unión de las diferencias conmutadas de los dos conjuntos, simbólicamente escribimos A ∆ B = {x/x ∈ (A-B)∧x∈(B-A)}. El signo usado para representar la diferencia simétrica es la letra griega delta (∆); también podemos definirla A ∆ B = {x/x ∈ (A-B)∧x∉(B-A)}, es decir, son todos los elementos que estén en la unión de conjuntos, pero que no estén en la intersección de los mismos.

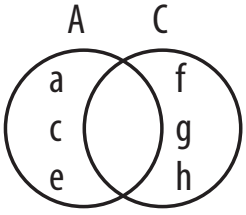
PROPIEDADES:
1.- La diferencia simétrica es cerrada A ∆ B = C la diferencia simétrica de dos conjuntos es siempre otro conjunto.
2.- La diferencia simétrica de conjuntos es conmutativa A ∆ B =B ∆ A.
3.- La diferencia simétrica de conjuntos es asociativa A ∆ (B ∆ C) = (A ∆ B) ∆ C.

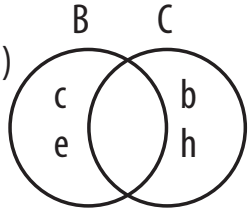
Ejemplos:

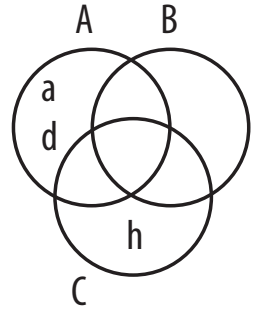
A = {a,b,c,d,e}; B = {c,d,e,f,g}; C = {b,d,f,g,h}

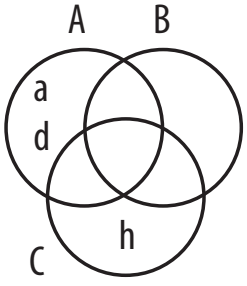
1) A ∆ B = {a, b, f, g};
2) A ∆ C = {a, c, e, f, g, h}
3) B ∆ C = {b, c, e, h}
4) (A ∆ B) ∆ C = { a, d, h};
5) A ∆ (B ∆ C) = {a, d, h}

1)


2)


3)


4)


5)


Sistemas posicionales y no posicionales

Sistemas numéricos

El hombre en sus inicios necesitó encontrar una forma de establecer cantidades. Primero llegó a su mente el concepto de mayor o menor que, al comparar diversos conjuntos se daba cuenta si un conjunto era mayor o menor que otro que le estaba sirviendo de patrón.

Luego pudo establecer una relación de congruencia entre los conjuntos, al darse cuenta de que podía realizar una comparación biunívoca, o sea que a cada elemento de un conjunto podía asignarle un elemento del otro conjunto. Con esto, a pesar de que todavía no existía la idea de número, el hombre ya podía realizar cálculos de cantidades o magnitudes.

Revisando la historia nos damos cuenta de que fueron varios miles de años los que transcurrieron hasta que el hombre pudo tener representación de signos que le indicaran cantidades.

En la historia del hombre encontramos dos sistemas de numeración que prevalecieron dentro de los distintos grupos culturales.

Sistemas de numeración absoluto

Cada símbolo tiene un valor único, el cual no se altera nunca, no importando el lugar que el símbolo ocupe.

Como ejemplos tenemos el sistema de numeración romano y el sistema de numeración egipcio.

El sistema de numeración romano, con un valor inalterable, tiene los símbolos siguientes:
I = 1; V = 5; X = 10; L = 50; C = 100; D = 500; M = 1000

Reglas para la escritura de los números en sistema de numeración romana:

a) Los símbolos I, X, C, M, se pueden repetir hasta un máximo de tres veces.
b) Los símbolos V, L, D, no se pueden repetir.
c) Principio sustractivo, un símbolo a la izquierda de otro mayor le resta su valor al símbolo siguiente: el I se resta del V y del X; el X del L y del C y el C del D y del M. Los símbolos V, L, D no se restan de ninguno.
d) Principio aditivo, un símbolo a la derecha de otro de igual o mayor valor suma su valor al anterior.
e) Principio multiplicativo: una o más barras colocadas sobre un número, cada barra multiplica al número por mil.

Ejemplos:

58 = LVIII; 375 = CCCLXXV; 2897 = MMDCCCXCVII;
para cualquier cantidad superior a los 3999 = MMMCMXCIX; hay que emplear el principio multiplicativo 7895 = VII DCCCXCV.

Para trabajar

Escribe en números romanos las siguientes cantidades:

a) 38

b) 346

c) 2876

d) 2006

e) 7465987

f) 84654

g) 3542

h) 2069

Escribe en notación decimal las siguientes cantidades:

a) MCMXIV

b) CCCLXXXVIII

c) CDLXVII

d) MMDCLXXXVI

e) MCDLVIII

f) CCLXVI

Sistemas de numeración egipcio

Los egipcios usaron un sistema de numeración absoluto con los símbolos:

1 = 10 =  100 =  1000= 

10000 =  100000 =  1000000= 

Reglas para escribir con la numeración egipcia:

a) Principio aditivo: cada signo puede repetirse hasta nueve veces, sumándose el valor de cada signo al valor del anterior.

Ejemplos:

432 = 

1353 = 

Para trabajar

Escribe en números egipcios las siguientes cantidades:

a) 3624

b) 38

c) 175

d) 8596

e) 70024

f) 125 654

g) 89765

Escribe en números arábigos las siguientes cantidades:

a)  =

b)  =

c)  =

d) =

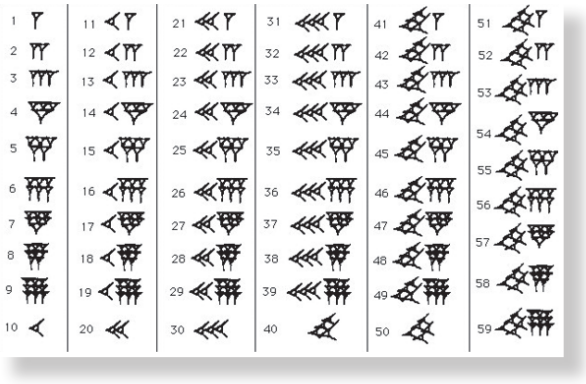
Sistemas de numeración babilónico

En este sistema sólo tenemos, dos símbolos 1 = v; 10 = <; que se imprimían con la misma cuña, por lo que se le llama sistema cuneiforme = en forma de cuña.

Estos signos se combinaban hasta escribir el número 59, después del 59 los símbolos tomaban valor relativo, con lo que el sistema se vuelve posicional de base 60, es decir que cada signo queda multiplicado por 60 o por las potencias de 60, según sea el lugar que ocupe.

Reglas para escribir cantidades en numeración babilónica:

a) Los números se representaban sólo con dos símbolos.
b) Principio aditivo, los signos se combinaban entre sí para formar un número desde 1 hasta cincuenta y nueve.
c) Principio multiplicativo, los símbolos colocados a la izquierda del primer grupo se multiplicaban por 60 o sus diversas potencias.
d) El sistema no es posicional completo, por carecer del símbolo cero.



Sistemas de numeración maya

Los números mayas hasta su cuarta posición

Los mayas desarrollaron una prodigiosa civilización, incluyendo su propio sistema de numeración. El sistema se basaba en un conteo de 20 en 20 y es por eso que se le llamó vigesimal, que incluye el conocimiento del cero. El sistema maya contaba

con reglas similares a nuestro sistema de numeración decimal.

Se basaba en los siguientes símbolos:

•	= 1
—	= 5
🐢	= 0

Escribían los números en forma vertical en posiciones ascendentes.

Del 🐢 al ≣	**Cuarta posición** de las ochomilenas. Aquí caben del 🐢 al ≣ pero multiplicados por 8000 o por 20^3.
Del 🐢 al ≣	**Tercera posición** de las cuatrocentenas. Aquí caben del 🐢 al ≣ pero multiplicados por 400 o por 20^2.
Del 🐢 al ≣	**Segunda posición** de las veintenas. Aquí caben del 🐢 al ≣ pero multiplicados por 20 o por 20^1.
Del 🐢 al ≣	**Primera posición** de las unidades. Aquí caben del 🐢 al ≣ pero multiplicados por 1 o por 20^0.

Esto nos enseña que para leer un número maya, por ejemplo: el 36,876 escrito en la gráfica, se dirá:

••••	4 ochomilenas	= equivale a 4 x 8000	= 32,000
≣	12 cuatrocentenas	= equivale a 12 x 400	= 4,800
•••	3 veintenas	= equivale a 3 x 20	= 60
≣	16 unidades	= equivale a 16 x 1	= + 16
		Equivalenete	= 36,876

Otro ejemplo con el número 41,670:

—	5 ochomilenas	= equivale a 5 x 8000	= 40,000
••••	4 cuatrocentenas	= equivale a 4 x 400	= 1,600
•••	3 veintenas	= equivale a 3 x 20	= 60
=	10 unidades	= equivale a 10 x 1	= + 10
		Equivalenete	= 41,670

Otro ejemplo con el número 82,455:

=	10 ochomilenas	= equivale a 10 x 8000	= 80,000
⊥	6 cuatrocentenas	= equivale a 6 x 400	= 2,400
••	2 veintenas	= equivale a 2 x 20	= 40
≣	15 unidades	= equivale a 15 x 1	= + 15
		Equivalenete	= 82,455

Para trabajar

Leo y escribo las equivalencias de los números mayas siguientes:

=
⊥
—
•••

••••
•••
=
🐢

=
•••
••
•••

••••
🐢
•••
••

≣
≣
≣
≣

••••
≣
⊥
•••

••
≣
•••
⊥

Sistemas binario

Es un sistema posicional, que sólo usa dos símbolos: 0 = 0 ; 1 = 1

Reglas para escribir cantidades en sistema binario:

a) el signo 0 ocupa los lugares que carecen de unidad
b) el signo 1 ocupa los espacios que tienen unidad
c) cada espacio representa una potencia de dos

Forma de pasar del sistema decimal al binario

Todo número es par o es impar, si es par se coloca un cero a la derecha del número y se le saca la mitad, si el número es impar se le resta una unidad, que se pone a la derecha y se le saca mitad al número que queda, y así en divisiones sucesivas hasta que el último cociente sea uno y el residuo uno.

El número en sistema binario estará formado por todos los residuos tomados en sentido inverso, es decir, de abajo hacia arriba. Ejemplos:

Escribir en sistema binario el número 3425:

3425 ÷ 2 = 1712; residuo 1

1712 ÷ 2 = 856; residuo 0

856 ÷ 2 = 428; residuo 0

428 ÷ 2 = 214; residuo 0

214 ÷ 2 = 107; residuo 0

107 ÷ 2 = 53; residuo 1

53 ÷ 2 = 26; residuo 1

26 ÷ 2 = 13; residuo 0

13 ÷ 2 = 6; residuo 1

6 ÷ 2 = 3; residuo 0

3 ÷ 2 = 1; residuo 1

Se copian los números inversos a como se hicieron las operaciones empezando con uno: 1101011000012 Al final se le escribe un subíndice dos para indicar que es binario.

Escribir en sistema binario el número 218:

218 ÷ 2 = 109; residuo 0

109 ÷ 2 = 54; residuo 1

54 ÷ 2 = 27; residuo 0

27 ÷ 2 = 13; residuo 1

13 ÷ 2 = 6; residuo 1

6 ÷ 2 = 3; residuo 0

3 ÷ 2 = 1; residuo 1

Se copian los números inversos a como se hicieron las operaciones empezando con uno: 110110102 Al final se le escribe un subíndice dos para indicar que es binario.

Forma de pasar del sistema binario al decimal

A cada uno de los lugares ocupados por un uno se le asigna una potencia de 2, empezando por la potencia cero y así sucesivamente, los espacios ocupados por ceros, solo corren el espacio para la siguiente potencia de dos, luego se suman todas las potencias y el resultado es el número buscado.

Escribir en base diez el número 110110110112

2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1

Se multiplican los valores absolutos (fila inferior) por los valores relativos (fila superior) y al final se suman. El resultado es el número escrito en base decimal.

(1024)+(512)+(0)+(128)+(64)+(0)+(16)+(8)+(0)+(2)+(1)=1755

Para trabajar

Escribe en notación binaria los siguientes números:

a) 38
b) 75
c) 186

d) 3475
e) 7646
f) 13529
g) 2154789

Escribe en notación decimal los números siguientes:

a) 1010101_2

b) 1111001111_2

c) 1100110011_2

d) 11100010_2

e) 11011110110_2

f) 1111110_2

g) 100000001_2

h) 111111011111_2

Sistemas decimal

Es el sistema numérico que se usa en la actualidad en casi todos los países del mundo, recibe el nombre de sistema indoarábigo, porque fue creado en la India y difundido en Europa por los árabes.

- Su gran ventaja es la facilidad, que presenta para operar con él.
- Se llama decimal porque su base es el número diez.
- Tiene diez símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

A este conjunto de números se le llama conjunto de los números dígitos, es el único conjunto numérico con la cualidad de ser finito. Como es un sistema posicional, cada número tendrá un valor, dependiendo del lugar que ocupe, en el numeral.

Ejemplo:
El número 833 607, 4522 109, 6431 217, 645
El número ochenta y tres trillones, seiscientos siete mil, cuatrocientos cincuenta y dos billones, ciento nueve mil, seiscientos cuarenta y tres millones, doscientos diez y siete mil, seiscientos cuarenta y cinco.

Podemos observar que cada seis cifras se forma un período, llamándose período de millón, a las primeras seis cifras, período de billón a las segundas seis cifras, período de trillón a las siguientes y así sucesivamente.

Cada período se encuentra dividido en dos grupos llamados clases, así tenemos las primeras tres cifras de cada período recibe el nombre de clase de las unidades, y las siguientes tres cifras el de clase de millar, diferenciándose en cada período por tomar el nombre del período al que pertenecen, ejemplo: clase de unidades de millón, clase de millar de millón, etc.

Cada clase se divide en tres cifras con los siguientes nombres, la primera cifra es de unidades, la segunda es de decenas y la tercera es de centenas, la clase de millar, agrega este nombre al de la cifra respectiva, unidad de millar, decena de millar, centena de millar, señalando el período en el que se encuentran inmersos.

Ejemplo:
En el siguiente número 108, 4581 327, 639 tendríamos que clasificarlo de la siguiente forma, período de las unidades, dividido en dos clases, clase de las unidades formada por 6 centenas, 3 decenas y 9 unidades, y clase de unidades de millar, formada por 3 centenas de millar, 2 decenas de millar, 7 unidades de millar, período de millón, dividido en dos clases, clase de las unidades de millón, formada por 4 centenas de millón, 5 decenas de millón y por 8 unidades de millón, y la otra formada por 1 centena de millar de millón, 0 decenas de millar de millón, y 8 unidades de millar de millón.

Para trabajar

Escribe en notación decimal los siguientes números:

a) Seis mil, trescientos cuarenta y cinco.

b) Tres mil ocho.

c) Cuatro billones, doscientos mil millones, sesenta mil, ochocientos veinticuatro.

d) Cuarenta mil millones, trescientos sesenta mil, ochocientos cinco.

e) Quince millones, doscientos veinticuatro mil doscientos catorce.

Escribe en letras los nombres de los siguientes números escritos en sistema decimal:

a) 75,827

b) $4_{1}026,304$

c) $36_{2}026,416_{1}014,007$

d) $8_{1}425,236$

e) $325_{2}836,978_{1}458,615$

Estrategias para la resolución de problemas

En realidad existen tantas formas de resolver problemas como personas que han aprendido a resolver, sin embargo, te proponemos algunas que pueden ayudarte a mejorar la que tú has descubierto o a implementar una más efectiva.

- Primero
Leer varias veces el enunciado del problema. Tratando de distinguir los datos que se proponen. Al localizar los datos puedes emplear la técnica del subrayado, luego anotarlos en papel anexo.

- Segundo
Describe y anota qué es lo que te pide el problema: ¿qué dato tienes que encontrar? ¿Cuál es la respuesta que te piden?

- Tercero
Escribe la operación, fórmula qué puedes emplear para resolver el problema, llamemos a esto seleccionar la o las herramientas matemáticas a emplear en la solución del problema.

- Cuarto
Sustituye los valores y haz las operaciones que la herramienta a usar te sugiere.

- Quinto
Comprueba tu resultado.

-Sexto
Emplea una frase para reforzar tu respuesta correcta. Como por ejemplo:

¡Soy bueno!, ¡Soy grande!, ¡Estuve excelente!, ¡Soy bárbara!, ¡Lo logré!, ¡Soy una genio!, ¡Sí...!

Ejemplo:

Si Guatemala cuenta con 13,000,000 de habitantes y el 40.6% son de origen maya, ¿qué porcentaje hay de mestizos?

Solución

Dato más importante:
Los dos 40.6% y 13,000.000
Te piden: ¿qué cantidad son mestizos?
¿Qué cantidad son de origen maya?

Herramientas matemáticas que puedes usar.

X= habitantes de origen maya
- habitantes _____ %
- 13,000,000 _____ 100
- X _____ 40.6%

— — — — — — — — — —

X= habitantes de mestizos
- 13,000,000 _____ 100%
- X _____ 59.4

0peraciones

$$X= \frac{40.6 \times 13,000,000}{100}$$

X= 5,278,000

Respuesta: 5,278,000 son habitantes de origen maya.

$$X= \frac{89.4 \times 13,000,000}{100}$$

X= 7,722,000

Respuesta: 7,722,000 son habitantes mestizos.

Usando proporciones

$$\frac{100}{40.6} = \frac{13{,}000{,}000}{X} = X = \frac{40.6 \text{ X } 13{,}000{,}000}{100}$$

X= 5,278,000

$$\frac{100}{59.4} = \frac{13{,}000{,}000}{X} \quad X = \frac{59.4 \text{ X } 13{,}000{,}000}{100}$$

X= 7,722,000

Si de cada 5 guatemaltecos 3 son mestizos y de cada 5 guatemaltecos 2 son de origen maya. ¿Cuantos guatemaltecos son de origen maya o mestizos?

Solución

Los datos son $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{5}$ te piden sumar

Te piden: cantidad de mestizos y cantidad de mayas.
Herramientas: proporciones

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$$

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{13{,}000{,}000} \qquad \frac{2}{5} + \frac{x}{13{,}000{,}000}$$

$$x = \frac{13{,}000{,}000\ (3)}{5} \qquad x = \frac{13{,}000{,}000\ (2)}{5}$$

x = 7,800,000 x = 5,200,000

Respuesta: 7,800,000 guatemaltecos son de origen mestizo y 5,200,00 de origen maya.

Si una yarda equivale a 0.9144 metros. ¿Cuántas yardas hay en 7.3152 metros?

¿Qué datos te dan?
¿Qué te piden?
¿Qué herramienta puedes usar?
¿Cuál es la respuesta?
¿Cuál es la operación?

Solución

¿Qué datos te dan? 1 yarda, 0.9144 m, 7.3152 m.
¿Qué te piden? Saber cuántas yardas hay en 7.3152 m
¿Qué herramientas puedes usar?
Regla de tres o proporciones.
¿Cuál es la respuesta? 8 yd
¿Cuál es la operación?

$$\frac{1 \text{ yd}}{.9184\text{m}} = \frac{X \text{ yd}}{7.3152} \quad X = \frac{1 \text{ yd X } 7.3152 \text{ m}}{.9144\text{m}}$$

X = 8 yd

Para trabajar

Utiliza una estrategia en la solución de:

1) De 40 alumnos que representan el 100% de la clase, 5 faltan a clase constantemente.

¿Qué tanto por ciento representan los faltantes?

2) Si quieres saber la longitud de la sombre sombra de un árbol que mide 4.75 m de altura ¿Cómo formarías una proporción en relación con la altura de una de tus compañeras que mide de altura 1.70 m y proyecta una sombra de 200 m?

3) Si quieres saber la altura de un poste que cuya sombra es de 3m coloca una regla de un metro y proyecta una sombra de 0.20 m ¿Cuál es la altura del poste?

4) ¿Qué % de analfabetismo hay en Guatemala? Si de 13 millones 7, 150,000 no saben leer.

5) Armando tiene 64 m de tela para forrar sillones. Si un sillón se lleva 4 1/4 m ¿Podrá forrar Armando 25 sillones con esa tela que tiene?

6) Si la razón de cuadernos a libros es 831. Si se añaden 2 cuadernos más, ¿Cuantos libros debemos agregar para mantener la misma razón?

7) ¿Cuál es el perímetro de un hexágono que mide 2 cm por lado?

8) ¿Cuál es el perímetro de un círculo que mide 2.5 cm de radio?

9) ¿Cuál es el perímetro de un octágono que mide 2.5 cm por lado?

10) ¿Cuál es el área de un cuadrado que mide 8 cm de lado?

11) ¿Cuál es el perímetro de un triángulo que mide 9 cm por lado?

12) ¿Cuál es el área de un pentágono que mide 2 cm de lado y 1.5 cm de apotema?

13) ¿Cuál es el área de un hexágono que mide 2 cm de lado y 1.7 cm de apotema?

14) ¿Cuál es el área de un círculo que mide 5 cm de radio?

Historia y Escritura Maya



Guatemala es un gran país, por su diversidad cultural, étnica y lingüística. Coexisten los siguientes pueblos: los mayas, xinkas garífunas y ladinos. En esta oportunidad entraremos a conocer la historia de los mayas quienes habitaron esta región, lo que se testimonia a través de los sitios arqueológicos, como Tikal/Mutul, Waqxaqtun, Tak'alik ab'aj, lximche', El mirador, Yaxchilan, Kiriwa/Quiriguá, entre otros, los cuales guardan mucho de la historia de nuestro país. Lamentablemente la historia de estas ciudades son pocos los que la conocen y por eso en este documento vamos o aprender parte de esa historia.

Nuestro país forma parte del territorio que ocuparon diferentes pueblos y sobre todo los mayas quienes alcanzaron un gran desarrollo cultural como otras civilizaciones avanzadas de esa época en Europa; tenían diversas formas de organización económica, social y política. Desarrollaron ciencias como la astronomía, arquitectura, matemática, medicina, así mismo formas propios de escritura e idiomas.

Entre los pueblos que desarrollaron grandes ciudades con sociedades urbanos, están los aztecas, los mayas y los Incas, cuyas ciudades tenían centros ceremoniales y políticos, casas de habitación, mercados entre otros. Además destacaron en la construcción de complejas obras de riego y la aplicación de técnicas agrícolas las cuales favorecieron el crecimiento constante de la producción agrícola y de la población. Otros grupos que habitaron el territorio mesoamericano en diferentes épocas son los zapotecos, los Teotiguacanos, los del tajin y los mixtecos, éstos últimos desde 500 a. C aproximadamente hasta 1521 de nuestra era.

Entre los aztecas, los Incas y los mayas, los sacerdotes y los guerreros conformaban un grupo privilegiado y ejercían el gobierno. La mayoria de la población, compuesta por campesinos y trabajadores urbanos, debía entregar tributos en productos y trabajo a quienes ejercían el gobierno.

La espiritualidad era una de los manifestaciones más importante y regía la mayor parte de los actos de la vida diaria de la población, así también el arte que alcanzó gran desarrollo y belleza.

Es importante destacar que en relación al desarrollo de la comunicación se desarrollaron muchos idiomas, los cuales se utilizan en la actualidad, asimismo, desarrollaron la forma escrita a lo que los estudiosos le llaman jeroglífica que es como se le conoce a las formas antiguas de escritura. En el caso de la escritura maya el objeto o símbolo puede representar una sílaba o una palabra y la combinación de varias sílabas también pueden formar otra. La escritura se encuentra en los códices, en las estelas, en vasijas y en los templos de las grandes ciudades. Éstas contienen mucha de la historia que no conocemos y que estuvo por mucho tiempo sin poder descifrarse. Hasta hace poco que se ha logrado entender y comprender una buena parte de estos escritos. Se conoce bastante pero hace falta y esperamos que en el futuro, hayan más personas que contribuyan al desciframiento.

Para trabajar

Presentalas en hojas extras.

1. ¿Conoces algunas de las ciudades mayas de nuestro país? Sí ¿Cuáles?
2. ¿Qué dificultades tendrías al leer y escribir como lo hacían los Mayas?
3. ¿Vives cerca de un sitio arqueológico?, si es así te invitamos a observar con detalle el contenido escrito de los monumentos, luego dibuja algunos símbolos que te guste. Si no estos cerca investiga en algún documento y realiza la misma actividad.
4. ¿Podrías sugerir a tu maestra/o Ia organización de una gira educativa para observar la escritura jeroglífica de algún sitio arqueológico? Lo puedes realizar después que avances en el estudio de este documento.

Desciframiento:
Proceso que utilizan los investigadores para reconocer el significado de las escrituras desconocidas (antiguas).

Sistema de numeración maya

Seguramente hemos escuchado que las personas o nuestros profesores dicen que los mayas y los hindúes son los dos pueblos a nivel mundial que desarrollaron el cero y que el sistema de numeración maya es vigesimal. En esta página aprenderemos el

sistema y podremos contar y escribir hasta el infinito. Pongamos mucha atención a su funcionamiento.

Símbolos

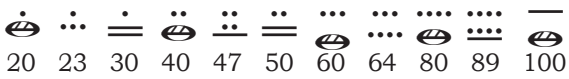
El sistema de numeración maya utiliza solamente tres símbolos:

a) El caracol que represento el cero.

- **b)** El punto que representa la unidad (solamente se pueden usar hasta cuatro puntos)

b) La barra que representa cinco unidades (solamente se pueden utilizar tres barras).

De uno a diecinueve se combinan barras y punto, para veintenas se utiliza el punto o la barra y el caracol.



20 23 30 40 47 50 60 64 80 89 100

En la columna de la izquierda del siguiente cuadro presentamos los números básicos de cero a diecinueve. Lo que esta subrayado es lo que hay que agregarle a **k'al** para ir formando los número de mas de diecinueve; así para veinte se formaría como **juk'al**, veintiuno como **juk'al jun**, veinte y siete **juk'al wuqu'**, cucirenta **kak'al** sesenta **oxk'al** hasta llegar a diecinueve veces k'al es decir; belejlalk'al que equivale a trescientos ochenta. Continuemos escribiendo la raíz mas k'al y nos daremos cuenta que podremos llegar hasta b'elejlojk'al o trescientos ochenta. Si continuáramos después de este número tendríamos que adicionarle los números de uno a diecinueve hasta 399. Para cuatrocientos se usa la palabra **q'o'**, entonces **juq'o'** es 400 y 401 sería juq'o'jun, 402 sería juq'o' ka'i', 403 juq' o' oxi', continuemos hasta donde nos sea posible.

Números básicos

wa'ix	cero
jun	uno
ka'ib'	dos
oxib'	tres
kajib'	cuatro
jo'ob'	cinco
waqib'	seis
wuqub'	siete
waqxaqib'	ocho
b'eleje'b'	nueve
lajuj	diez
julajuj	once
kab'lajuj	doce
oxlajuj	trece
kajlajuj	catorce
jo'oblajuj	quince
waqlajuj	dieciséis
wuqlajuj	diecisiete
waqxaqlajuj	dieciocho
b'elejlajuj	diecinueve
juk'al	veinte
juk'al jun	veinte y uno
juk'al ka'ib'	veinte y dos veinte y tres
juk'ol oxib'	_____
juk'al kajib'	_____
juk'al jo'ob'	_____
juk'al waqib'	_____
juk'al	_____
juk'al	_____
juk'al	_____
juk'al	_____
juk'al	_____
juk'al	_____
juk'al	_____
juk'al	_____
juk'al	_____
juk'al	_____
juk'al	_____
juk'al	_____
juk'al	_____
juk'al	_____



Para trabajar

En estos recuadros, escribamos el nombre de los numerales faltantes.

Para anotar cada numeral debemos usar un color para la raíz y otro para la terminación del

Elaboremos, el conteo de numerales impares, partiendo del numeral tres hasta llegar al trece

En nuestro cuaderno de notas u hojas, formemos los numerales de cuarenta a sesenta y de sesenta a ochenta, y así sucesivamente, hasta llegar a 300.



Los mayas y los hindúes:
Son los dos pueblos a nivel mundial que desarrollaron el cero.

La cosmovisión de los números

Cómo hemos visto anteriormente los logogramas representan ideas completas y por lo general estos tienen que ver con la forma en que los mayas miraban el mundo, es decir su cosmovisión. Los números en variantes de cabeza como se les ha llamado también

encierran la cosmovisión maya y están organizadas de la misma manera, lo que veremos acá son interpretaciones en que los investigadores han llagado y seguramente hay más cosas que aún no conocemos. (manuscrito Nicolas y Catarina Hopkings)

Los logogramas representan ideas completas y por lo general estos tienen que ver con la forma que los mayas miraban el mundo.

Número en maya	Variante de Cabeza	Descripción
		En los monumentos aparece como una flor colendárica **Mih**. Representa el inicio de la vida y en varios idiomas flor a parte de su significado de flor también es matriz como el inicio de la vida.
•		El número uno representa a la diosa Joven Lunar tiene una cuenta de jade en su frente que en varios idiomas mayas es **uh** = *'cuenta'* y *'luna'*), y un riso de cabello en su mejilla.
••		La cabeza del número 2 tiene un puño encima de manera de tocado.
•••		El numeral 3 tiene un sute amarrado en su cabeza, con un espejo frente.
••••		El número 4 se asocia con el sol, quien se reconoce por su nariz romana, su ojo bizco, su diente agudo, y el signo del k'in 'sol' en su mejilla o frente.
—		Representa a los ancianos, es decir el paso de los años lleva un **tun** = *año, 'piedra'* y *'luna'* como tocado; así que lleva el peso de los años en su cabeza.
•—		El número 6 tiene un hacha en su ojo, en lugar de pupila.
••—		7 El número 7 tiene un diente agudo, y su ojo tiene algo circulándolo.
•••		La cabeza del 8 se parece mucho a la del 1, pero tiene una flecha en lugar de cuenta en su frente, y en su mejilla, tiene follaje de maíz. Representa a la deidad del Maíz.
••••		El dios del 9 es un jaguar (bolon = *'nueve'* y balam - *'jaguar'*); la cabeza del número lleva piel pintada v bigotes más el signo iconográfico de **yax** *'verde'* en su cabeza (probablemente representa al jaguar grande, **ix bolay**).
=		La cabeza del 10 es uno calavera, o una cabeza con una mandíbula descarnada; a veces tiene un ojo puesto en su frente (lajuj/lajun = 'diez' se basa en la raíz del verbo laj 'terminarse, morir').
=•		La cabeza del 11 se marca con los diagnósticos del día No'j/ Kaban, que también significa 'tierra, mundo'.
=••		La cabeza del 12 tiene el signo para chan/kaan 'cielo' en su cabeza. Estos últimos tres números nos dan los tres niveles del mundo maya: 10, el inframundo representado por la muerte, 11, este mundo de humanos y vida, y 12, el cielo.
=•••	a	Las variantes de cabeza de los números de 13 o 19 se forman con las mismas cabezas de los números 3 a 9, pero con la adición de una mandíbula descarnada en la cara, representando al número 10. Es decir, se forman como las mismas palabras en la lengua maya, 13 es ox-lajun 'tres-diez'; 14 es chan-lajun 'cuatro-diez', y así sigue al 19. El 20 se representa por empezar con una nueva posición, contando veintes, en lugar de unidades.*
=••••		
		*** Coloca las variantes de cabezas correspondientes.**

El Calendario Maya

El Calendario Maya o Solkin, Choiq'ij en Kaqchikel, Tzii<aji<'in en Ch'orti'. El calendario Sagrado o Ltinar consta de 13 meses de 20 días cada uno. 13 meses X 20 días, es igual a 260 días, que hace un año lunar Cada uno de los 20 días tiene un nombre que corresponde al Nawal o Energía que influye en los seres vivos. En el Cholq'ij se encuentra la filosofía y el desarrollo de la vida del ser humano. Desde la concepción, gestación, nacimiento, proceso de vida, hasta la muerte.

El calendario Sagrado o Choiq'ij es resultado de los estudios realizados por nuestros abuelos, de los movimientos de la Luna, del Sol, los Astros y del ser humano mismo desde el seno materno. Desde la concepción hasta el nacimiento, el nuevo ser ya viene con su Nawal. Los Nawales cumplen funciones especiales en su modo de ser, pensar y actuar.

La Educación Maya, según nuestros abuelos se inicia desde el seno materno. La comadrona ejerce una función importante en la educación del nuevo ser, mediante el tratamiento, las conversaciones, recomendaciones y consejos acerca del comportamiento de las madres y los padres, las abuelas y los abuelos, las ancianas y los ancianos y demás integrantes de la familia aportan consejos. Espiritualmente la niña o el niño quien nacerá ya viene preparado a enfrentar los desafíos de la vida.

Cuando nacen sus hijos hacen la presentación al Ajaw, a las abuelas y los abuelos, los familiares mayores, todos participan en la ceremonia sagrada. El conjunto de actividades que realizan, tiene como finalidad dar las orientaciones sobre el día indicado para realizar la Ceremonia Sagrada, es necesario consultar al Ajq'ij. Para que el recién nacido crezca bajo la protección de su Nawal, se hace la Presentación al Altar Sagrado de acuerdo al Nawal de nacimiento.

La Cosmovisión Maya y su influencia en las personas. El procedimiento para diagnosticar los Signos que influyen en el ser humano, se partirá de la fecha de nacimiento: Fecha, Mes y Año, tomando en cuenta 4 aspectos importantes: la engendración, el nacimiento, la Misión material y espiritual y el guía, Regente del año de nacimiento, el futuro de la persona.

Entre los grupos mayas, por Nawal see entiende y se refiere a un hombre espiritual que aún a sus poderes de transformación y de penetrar en los espacios sagrados, comunicarse con los muertos y con los dioses, poseer una gran fuerza física y una visión tan aguda y penetrante, que le permite ejercer la adivinación y curar enfermedades, sobre todo las de origen cosmogónico.

Días del Cholq'ij, Calendario Sagrado, significado:

B'atz': Hilo o mono. Símbolo de evolución y desarrollo. Un hilo que conduce a través del tiempo, que une la historia humana con el presente. Es el Nawal de todas las artes. Engendrados en Aq'ab'al y su destino es Kawoq.

E': Camino, diente. Símbolo de análisis de lo factible, sopesar las propias habilidades, los deseos y las necesidades. Simboliza el camino del destino, el guía. Es el Nawal de todos los caminos y dirigentes. Engendrados en el día K'at y su destino es Ajpu'.

Aj: Plantío y regeneración. Símbolo de la familia y las relaciones sociales. En el sentido político, se refiere al poder y a su ejercicio responsable. Es el Nawal de la casa y de los niños. Engendradas en Kan y su destino es el Imox. Nawal del Docente y de las niñas y niños.

I'x: Energía Vital. Símbolo de vitalidad, energía y naturaleza. En sentido filosófico, denota espacio, tiempo y movimiento que unen al hombre con la naturaleza. Son engendradas en Keme' y su destino es Iq'.

Tz'ikin: Economía. Símbolo de bienestar y desarrollo económico. Día para cumplir con compromisos de negocios, hacer negociaciones económicas o financieras. Son fecundadas en el Kej y su destino es Aq',ab'al. Son comerciantes y artistas.

Ajmaq: Análisis y reflexión. Símbolo de evaluación personal y autocrítica. Día para evaluar críticamente las situaciones familiares, profesionales y financieras propias. Fecundadas en Q'anil y su destino es K'at.

No'j: Idea, conocimiento, sabiduría, Símbolo de creatividad, innovación y competencia, aunados a la visión del futuro. Día para desarrollar ideas convencionales y creativas para resolver problemas. Engendradas en el signo Toj y su destino es Kan.

Tijax: Pedernal, cortar. Símbolo de valor para terminar y detener inversiones. Día para poner término a planes fallidos, limitar inversiones fracasadas y para liberarse de presiones físicas y psíquicas, Son fecundadas en Tz'i' y su destino es Keme'.

Kawoq: Gerencia, administración, mujer. Símbolo de capacidad directiva y de decisión. Día para la toma de decisiones, gerencias profundas, con miras a que sus repercusiones sean estructurales. Día de la comunidad.

Son engendradas ente el B'atz' y su destino es Kej.

Ajpu': Señor Sol, Ajaw. Símbolo de personalidad, carisma y ejemplo. Día para convencer con la fuerza y credibilidad de la propia personalidad y para defender proyectos. Engendradas ante el E' y su destino es Q'anil.

Imox: Cooperación, medicina. Símbolo de cooperación, comunidad y la medicina para resolver los problemas. Día para aprovechar la conjunción de esfuerzos, para lograr unidad con los demás. Son engendradas ante el signo Aj y su destino es Toj.

lq': viento huracanado, aire. Símbolo de observación y análisis paciente. Día para analizar la realidad que nos rodea, reconocer si en ella impera el orden o no, para buscar la paciencia. Es el aire y el viento, es el Corazón del Cielo. Es el espíritu vital. Engendradas ante I'x y su destino es Tz'i'.

Aq'ab'al: Aurora o madrugada. Símbolo de principio y esperanza. No perder el valor y seguir fiel a sus principios; con la certeza de que después de cada noche, vuelve a salir el sol. Son engendradas ante el signo Tz'ikin y su destino es B'atz'.

K'at: Red o fuego. Símbolo de existencia e iniciativa. Día para crear reservas, buscar organizaciones o personas de ideas afines, liberar los pensamientos y prepararse para nuevas actividades. Son engendradas ante el signo Ajmaq y su destino es E'.

Kan: Paz y justicia. Símbolo de corazón y razón, Respeto a la vida y a la dignidad del hombre. Símbolo en sentido astronómico de la Via Láctea. Día para confiar en los sentimientos y la razón, para defender la justicia, descubrir injusticias y buscar la transparencia. Son engendradas ante el signo No'j y su destino es Aj. Nawal de la Educación.

Keme': Muerte y vida. Símbolo de dualidad, de las dos caras de las cosas. Día para, aceptar lo inevitable de la naturaleza, que deben morir para que otros nuevos puedan nacer: Todos nacemos y un día volveremos al origen. Son engendradas ante el signo Tijax y su destino es I'x.

Kej: Diálogo y negociación. Símbolo de apertura al diálogo. En el sentido político, simboliza fortaleza y conducción mediante el poder de convencimiento. Día para realizar conferencias a nivel político o emprearial. Son engendradas ante el signo Kawoq y su destino es Tz'ikin.

Q'anil: Linaje y consenso. Símbolo de supervivencia de la cultura y la naturaleza. Equilibrio ecológico y responsabilidad humana, en el sentido social simboliza humanidad. Día para intercambiar las opiniones y posturas más divergentes. Germen, semilla, vida y creación. Son engendradas ante el signo Aipu' y su destino es Ajmaq.

Toj: Ofrenda, Lluvia. Símbolo de información y agradecimiento, como la lluvia para naturaleza. Día para intercambiar información y promover la comunicación en todo el conjunto de la familia, amistades y trabajo. Es un día de agradecimiento y reflexión Tojil, deidad del sol, pago, ofrenda, multa, Engendradas ante el signo Imox y su destino es No'j,

Tz'i': Responsabilidad y consecuencia. Símbolo de autor responsabilidad. Día para adquirir consciencia de la responsabilidad que se tiene por el cargo, mandato o función ejercida y de ello derivar las consecuencias, en la medida de las responsabilidades y exigencias. Son engendradas ante el signo Iq' y su destino es Tijax.

Bibliografía

1. Álvarez Areces, Santiago y otros
Editorial Everest, S. A.
España, 1981.

2. Baldor, A.
ÁLGEBRA ELEMENTAL
Editorial Mediterráneo
España, 1964.

3. Baldor, J. A.
GEOMETRÍA PLANA Y DEL ESPACIO
Cultural Centroamericana, S. A.
Guatemala, 1967.

4. Barnett, Raymond A.
ÁLGEBRA Y TRIGONOMETRÍA
McGraw Hill.

5. De Burgos, Juan y otro
MATEMÁTICAS 1O. BUP.
Ed. Santillana, España.

6. Dalciani, Mary y otros
ÁLGEBRA MODERNA. ESTRUCTURA Y MÉTODO LIBRO 1.
Publicaciones Cultural, S. A.

7. Nichols, Eugene D. y otros
ÁLGEBRA 1
C.E.C.S.A., México 1980.

8. Phillips, Elizabeth P. y otros
HARPER & ROW LATINOAMERICANA
México, 1988.

9. Repetto, Celina H. y otros
ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA 3.
Ed. Kapelusz, Buenos Aires, 1940.

10. Swokowski, Earl W.
ÁLGEBRA Y TRIGONOMETRÍA CON GEOMETRÍA.

11. Taylor, Howard E.
MATEMÁTICAS BÁSICAS
Ed. Limusa - Wiley, S. A.
México, 1966.

12. Vance, Elbridge P.
INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA MODERNA
Fondo Educativo Interamericano, S. A.
México, 1978.

13. Barnett - Campos
MATEMÁTICAS MCGRAW-HILL.

14. Edwards Penney
CÁLCULO
Editorial Pearson

15. Purcell Varberg
CÁLCULO
Editorial Prentice Hall

16. Thomas Finney
CÁLCULO VARIAS VARIABLE
Editorial Pearson Educación

17. Zill y Dewar
ALGEBRA Y TRIGONOMETRÍA
Editorial McGraw-Hill